

Yıl Sonu Sınavı Önerilen Çözümleri

1. ve 2. sorular 30 puan 4. soru 40 puan değerindedir. Sınav süresi 70 dakikadır.

Başarılar dilerim.

1. Bir ekonomiye ait bilgiler aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\begin{aligned}C_t &= 75 + 0.85Y_{t-1} \\I_t &= 6(Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\G_t &= 100\end{aligned}$$

(a) Milli gelir için elde edeceğimiz fark denklemini çözüntüz. Milli gelir denklemi için aşağıdaki aşamaları takip ederiz.

$$\begin{aligned}Y_t &= C_t + I_t + G_t \\Y_t &= 75 + 0.85Y_{t-1} + 6(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + 100 \\Y_t &= 175 + 6.85Y_{t-1} - 6Y_{t-2}\end{aligned}$$

bu denklemi iki period ileriye götürür ve düzenlersek

$$Y_{t+2} - 6.85Y_{t+1} + 6Y_t = 175$$

ifadesini elde ederiz. Çözümün birinci aşaması denge değerini, ya da özel integral elde etmektir. Bunun için

$$\begin{aligned}Y - 6.85Y + 6Y &= 175 \\Y &= \frac{175}{0.15} \\Y &= 1166.67\end{aligned}$$

Türdeş kısmın çözümü için önce denklem türdeş formda yazılır.

$$Y_{t+2} - 6.85Y_{t+1} + 6Y_t = 0$$

Bu fark denklemini için çözüm önerimiz  $Y_t = Ab^t$  formundadır. Bu çözüm geçerli ise yukarıdaki fark denklemini sağlayacaktır. Bu anlamda fark denklemini

$$Ab^{t+2} - 6.85Ab^{t+1} + 6Ab^t = 0$$

biçiminde yazılacaktır. Buradan hareketle ifade ortak paranteze alındığında

$$Ab^t(b^2 - 6.85 + 6) = 0$$

sonucunu ulaşılır. Karakteristik denklemin kökleri için

$$\begin{aligned} b_1, b_2 &= \frac{6.85 \mp \sqrt{6.85^2 - 4(6)}}{2} \\ b_1, b_2 &= \frac{6.85 \mp \sqrt{46.9225 - 24}}{2} \\ b_1, b_2 &= \frac{6.85 \mp \sqrt{22.9225}}{2} \\ b_1, b_2 &= \frac{6.85 \mp 4.79}{2} \end{aligned}$$

buradan hareketle

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{11.64}{2} = 5.82 \\ b_2 &= \frac{2.06}{2} = 1.03 \end{aligned}$$

köklerine ulaşılır. Dolayısıyla türdeş kısmın çözümü

$$y_c = A_1(5.82)^t + A_2(1.03)^t$$

olarak elde edilir. Genel çözüm ise

$$y_t = A_1(5.82)^t + A_2(1.03)^t + 1166.67$$

ifadesidir.

- (b) Dengenin istikrarlı olup olmadığını belirleyiniz. Dengenin istikrarı karakteristik köklerin değerine ve işaretine bağılıdır. Dengenin istikrarlı olabilmesi için karakteristik köklerin mutlak değerce birden küçük olması gerekir. Buradaki karakteristik köklerin her ikisi de mutlak değerce birden büyüktür. Dolayısıyla denge istikrarsızdır.

2. Cobweb Modeline ilişkin talep ve arz denklemleri aşağıdaki gibi verilmektedir

$$\begin{aligned} Q_{dt} &= 30 - 0.85P_t \\ Q_{st} &= -15 + 0.65P_{t-1} \end{aligned}$$

$P_t$  'ye ilişkin fark denklemini elde ederek çözüyoruz ( $P_0 = 35$ ). Dengenin istikrarlı olup olmadığını gerekçesi ile belirtiniz. Denge için talep arza eşit olması gerekir

$$\begin{aligned} Q_{dt} &= Q_{st} \\ 30 - 0.85P_t &= -15 + 0.65P_{t-1} \\ 45 &= 0.85P_t + 0.65P_{t-1} \end{aligned}$$

son ifadenin her iki tarafının 0.85'e böleriz.

$$P_t + 0.765P_{t-1} = 52.941$$

bir period ileri götürdüğümüzde

$$P_{t+1} + 0.765P_t = 52.941$$

ifadesine ulaşırız. Dengede

$$\begin{aligned} P + 0.765P &= 52.941 \\ P &= \frac{52.941}{1.765} \\ P_p &= 29.99 \end{aligned}$$

Türdeş kısmın çözümü için önce türdeş denklem

$$P_{t+1} + 0.765P_t = 0$$

olarak yazılır. Sonra çözüm olarak  $P_t = Ab^t$  önerileri ve bu öneri denkleme yerleştirir.

$$Ab^{t+1} + 0.765Ab^t = 0$$

ortak paranteze alındığında

$$Ab^t(b + 0.765) = 0$$

elde edilir. Karakteristik denklemin çözümü  $b = -0.765$ 'dir. Bu durumda türdeş kısmın çözümü aşağıdaki ifadedir.

$$P_c = A(-0.765)^t$$

Genel çözüm ise

$$P_t = 29.99 + A(-0.765)^t$$

ifadesidir. Soruda P'ye ilişkin değer verildiğinden dolayı A'nın değerini bulup çözümü belirli hale getirebiliriz.

$$\begin{aligned} P_0 &= 29.99 + A(-0.765)^0 \\ P_0 &= 29.99 + A \\ 29.99 + A &= 35 \\ A &= 5.01 \end{aligned}$$

dolayısıyla belirli çözüm aşağıdaki gibi kendisini gösterir.

$$P_t = 29.99 + 5.01(-0.765)^t$$

Karakteristik kök mutlak değerce birden küçük olduğundan dolayı denge istikrarlıdır.

3. Dinamik IS-LM modeline ilişkin gelir ve faiz denklemleri aşağıdaki şekilde verilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{y} &= 0.5125y - r - 25 \\ \dot{r} &= 0.22y - 0.75r - 8 \end{aligned}$$

Buna göre

- (a) Denge gelir ve faiz değerlerini bulunuz. Dengeye  $\dot{y} = 0$  ve  $\dot{r} = 0$ 'dır. Bu durumda denklem sistemi

$$\begin{aligned} 0 &= 0.5125y - r - 25 \\ 0 &= 0.22y - 0.75r - 8 \end{aligned}$$

biçimini alır. İlk denklemden hareketle  $r = 0.5125y - 25$  yazabiliriz. bunu ikinci denklemde yerine koyarsak

$$\begin{aligned} 0.22y - 0.75(0.5125y - 25) &= 8 \\ 0.22y - 0.3844y + 18.75 &= 8 \\ -0.1644y &= -10.75 \\ y^* &= 65.39 \end{aligned}$$

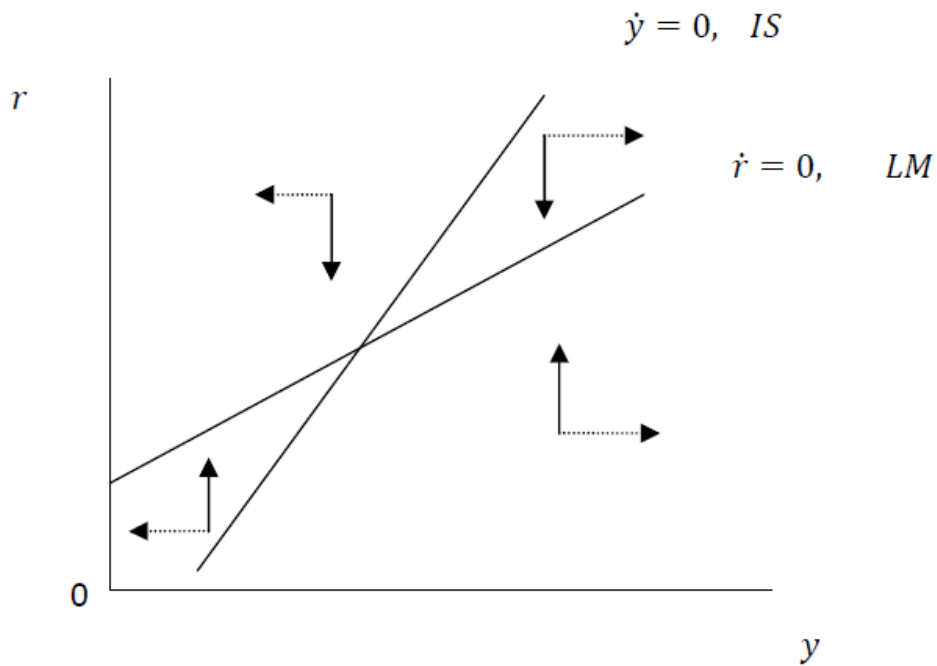
bulunan bu denge  $y$  değerini  $r = 0.5125y - 25$  ifadesinde yerine koyarsak  $r$  için denge değerini buluruz.

$$\begin{aligned} r &= 0.5125(65.39) - 25 \\ r^* &= 8.51 \end{aligned}$$

- (b) Faz diagramını çizerek dengenin istikrarlı olup olmadığını belirleyiniz. Faz diagramı için her denklemin ifade ettiği doğruları bulabiliriz.

$$\begin{aligned} \dot{y} = 0 &\Rightarrow r = 0.5125y - 25 \quad (IS) \\ \dot{r} = 0 &\Rightarrow r = 0.293y - 10.66 \quad (LM) \end{aligned}$$

bu yapıya ilişkin faz diyagramı aşağıdaki gibidir.



IS'in dinamiğini

belirlemek için

$$\frac{dy}{dr} = 0.5125$$

bu IS doğrusunun sağında  $y$ 'nin arttığını ve solunda azaldığını göstermektedir. LM Denklemini dinamikliği için ise

$$\frac{dr}{dy} = -0.75$$

bu bize LM denkleminin kuzeyinde bulunan noktalarda  $r$ 'nin azalacağını güneyindeki noktalarda ise artacağını söylemektedir.