

Akırtırma Soruları

1. Regresyon denklemleri

$$\frac{Y_i^\lambda - 1}{\lambda} = \mu + \varepsilon_i$$

biçiminde verilmektedir. λ pozitif bir değerdir. $\varepsilon_i \sim IIN(0, \sigma^2)$ olduğu varsayımı ile log olabilirlik fonksiyonunu oluşturunuz. ML tahmin edicilerin tanımlandığı birinci türevleri elde edip μ için ML tahmin edicisini bulunuz.

2. Doğru model $Y = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + u$ iken $Y = X_1\beta_1 + u$ modelinin tahmin edilmesinin β_1 tahmin edicisi üzerindeki etkisini gösteriniz. Hangi durumlarda tahmin edici etkilenmez ?
3. y 'nin sabit x_1 ve x_2 değişkenleri üzerine regresyonu neticesinde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} y &= 4 + 0.4x_1 + 0.9x_2 & R^2 &= \frac{8}{60} \\ \hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} &= 520 & n &= 29 \\ X'X &= \begin{bmatrix} 29 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \\ 0 & 10 & 80 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

bu bilgiler ışığında eğim katsayılarının toplamının bire eşit olduğu hipotezini test ediniz.(test istatistik değerini elde etmeniz yeterlidir.)

4. x değişkeni aşağıdaki gibi Weibull dağılımına sahiptir.

$$f(x) = \alpha\beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^\beta} \quad x > 0, \quad \alpha, \beta > 0$$

- a. n gözlem için log olabilirlik fonksiyonunu elde ediniz
- b. α, β 'lerin maksimum olabilirlik tahmini için gerekli olan denklemlerini elde ediniz. log olabilirlik tahmin edicileri açık biçimde elde edilebilir mi? Gösteriniz.
- c. log olabilirlik fonksiyonun parametrelere göre ikinci türevlerini elde ediniz.

5. Regresyon modelinin

$$\begin{aligned} y_i &= \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \\ f(\varepsilon_i) &= \left(\frac{1}{\lambda}\right) e^{-\varepsilon_i/\lambda} \end{aligned}$$

biçiminde verildiğini varsayalım. Hata teriminin ortalaması $E(\varepsilon_i) = \lambda$ 'dır. En küçük kareler tahmin edicileri kullanıldığında sabit katsayının sapmalı buna karşılık eğim katsayısının sapmasız olduğunu gösteriniz.

5. T üstel bir dağılıma sahiptir. Değişkenin sahip olduğu sıklık dağılımı aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$f(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-t/\lambda}$$

- n gözlem olduğunda maksimum olabilirlik tahmin edicisini elde ediniz.
 - Tahmin edicinin varyansını elde ediniz.
 - $H_0 : \lambda = 1$ 'e karşılık $H_1 : \lambda \neq 1$ testi için olabilirlik oran testini oluşturunuz.
 - Dağılımın moment yaratan fonksiyonunu elde ederek birinci ve ikinci momentlerini elde ediniz.
6. $Y = X\beta + \varepsilon$ modelinde hata terimi sıfır ortalama, $E(\varepsilon) = 0$ ve sabit olmayan varyansa sahip olduğunda, $E(\varepsilon\varepsilon') = \Sigma$, OLS tahmin edicilerin özelliklerinin nasıl etkilendiğini gösteriniz. Bu durumda etkin tahmin edicileri ve sahip olduğu varyans kovaryans matrisini gösteriniz.
7. X değişkeni Poisson dağılımına sahiptir. Değişkenin sahip olduğu olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$f(X; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^X}{X!} \quad X = 0, 1, 2, \dots$$

Bu dağılımdan elde edilen bir örneklem için

- λ 'nın maksimum olabilirlik tahmin edicisini elde ediniz.
 - $E(X) = \lambda$ bilgisi altında momentler tahmin edicisini elde ediniz.
 - \bar{X} 'in λ için sapmasız ve tutarlı bir tahmin edici olduğunu gösteriniz.
8. Sabit terimi olmayan tek değişkenli bir regresyon modeli aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$Y_i = \beta X_i + u_i \quad u_i \sim IID(0, \sigma^2)$$

- β 'nin EKK tahmin edicisini bulunuz ve sapmasız olduğunu gösteriniz.
 - $u_i \sim IID(0, \sigma^2)$ varsayımı altında β 'nin ve σ^2 'nin maksimum olabilirlik tahmin edicilerini elde ediniz.
 - σ^2 'nin bilindiği varsayımı ile $H_0 : \beta = 1$ 'e karşılık $H_1 : \beta \neq 1$ için Wald, LM, LR test istatistiklerini elde ediniz.
9. $Y = X\beta + u$ modelinde $u \sim N(0, \sigma^2 I_T)$ olarak verilmektedir.

- Log olabilirlik fonksiyonunu yazarak β ve σ^2 'nin maksimum olabilirlik tahmin edicilerini bulunuz.
 - Information (bilgi) matrisinin blok diagonal olduğunu gösteriniz.
10. Tek değişkenli basit doğrusal regresyon modeli $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$ $i = 1, 2, \dots, n$ biçiminde verilmektedir. ε_i klasik varsayımları sağlayan hata terimidir. EKK tahmin edicileri için aşağıdaki sonuçların geçerli olduğunu gösteriniz.

$$\sum_i^n \hat{\varepsilon}_i = 0, \sum_i^n \hat{\varepsilon}_i X_i = 0, \sum_i^n \hat{\varepsilon}_i Y_i = 0, \sum_i^n \hat{Y}_i = \sum_i^n Y_i$$

soruların çözümünde kullanabileceğimiz ip uçları

1. eğer $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ ise pdf $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
2. ε 'nin dağılımında y 'nin dağılımını elde etmek için $f_Y(y) = f_\varepsilon(y) \left| \frac{d\varepsilon}{dy} \right|$ ilişkisi kullanılabilir
3. $\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{y^\lambda - 1}{\lambda} \right) = \frac{\lambda y^\lambda \ln y - (y^\lambda - 1)}{\lambda^2}$ veya $\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{y^\lambda - 1}{\lambda} \right) = \frac{1}{\lambda^2} (y^\lambda \lambda \ln y - y^\lambda + 1)$